

MATEMATIKA

A négyosztályos gimnázium tanterve „a gimnáziumok 9-12. évfolyama számára” ajánlott kerettanterv alapján készült az alábbi óraszámokra kiegészítve.

Évfolyam	9.	10.	11.	12.
Óraszám	4	4	3	4

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról, mint tudásrendszerről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A

matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunkétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamatában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematikai tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténet része. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértése.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaorientáció is szerepet kapjon. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

Részt veszünk az országos szervezésű versenyeken (évfolyam szintű 5 fordulós házi versenyt is szervezünk): Zrínyi Verseny, Arany Dániel Verseny, Kenguru Verseny, OKTV.

Besegítünk ezek megrendezésébe is: pld.: körzeti forduló és eredményhirdetés: Zrínyi Verseny, iskolai forduló megrendezése a fent említett versenyek mindegyikéből.

9-10. évfolyam

Ez a matematika tanterv mindazon tanulóknak szól, akik a 9. osztályban még nem választottak matematikából emelt szintű képzést. Azoknak is, akik majd később, fakultáción akarnak felkészülni matematikaigényes pályákra, és természetesen azoknak is, akiknek a középiskola után nem lesz rendszeres kapcsolatuk a matematikával, de egész életükben hatni fog, hogy itt milyen készségeik alakultak ki a problémamegoldásban, a rendszerező, elemző gondolkodásban. Ezeket a tanulókat ebben az időszakban lehet megnyerni a gazdasági fejlődés szempontjából meghatározó fontosságú természettudományos, műszaki, informatikai pályáknak.

A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismertszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. A középiskola első két évfolyamán sok, korábban már szereplő ismeret, összefüggés, fogalom újra előkerül, úgy, hogy a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségeik megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenkori által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.) A felsorolt célok az általános iskolai matematikatanítás céljaihoz képest jelentős többletet jelentenek, ezért is fontos, hogy változatos módszertani megoldásokkal tegyük könnyebbé az átmenetet.

A problémamegoldás megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú játékok. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amelyeket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulókhöz a tantárgyat. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a művészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának növeléséhez, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is.

A tanulók későbbi, matematika szempontjából nagyon különböző céljai, a fogalmi gondolkodásban megnyilvánuló különbségek igen fontossá teszik ebben a szakaszban a

differentiálást. Ezeknél az osztályoknál végig csoportbontásban tanítjuk a matematikát. Az érdeklődőbbeknek, akik közül néhányan versenyekkel is megpróbálkoznak (Arany Dániel, Gordiusz) 1 óra szakköri lehetőséget biztosítunk.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák. Ezen kívül számonkérésre és ismétlésre, rendszerezésre 16-16 órát terveztünk.

9. évfolyam

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok 1.1. Halmazok, ponthalmazok	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Csoportosítás különböző szempontok alapján. Halmazműveletek véges halmazokon. Halmazábra. Számhalmazok, ponthalmazok.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmaz fogalmának ismerete, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Több szempont alkalmazása – megosztott figyelem fejlesztése. Definíciók, jelölések használata – az emlékezet fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Halmazokkal kapcsolatos ismeretek: alaphalmaz, üres halmaz, részhalmaz, halmazok egyenlősége, n elemű halmaz részhalmazainak a száma.</p> <p>Halmazok számossága. Ismételjük és elmélyítjük a korábbi ismereteket. Matematikai modellt alkalmazunk a valóságra. Jelölések használata.</p> <p>Halmazok számossága. Véges és végtelen halmazok, megszámlálható, nem megszámlálható halmazok. <i>Matematikatörténet:</i> Georg Cantor.</p>		<p><i>Informatika:</i> könyvtárszerkezet a számítógépen.</p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése.</p>
<p>Halmazműveletek. Unióképzés, metszetképzés, különbségképzés, szimmetrikus differencia, komplementer halmaz. Az unióképzés és a metszetképzés kommutatív és asszociatív.</p>		<p><i>Informatika:</i> adatbáziskezelés, adatállományok, adatok szűrése különböző szempontok szerint.</p> <p><i>Biológia-egészségtan:</i> rendszertan.</p>
<p>Nevezetes ponthalmazok: Kör, gömb, felező merőleges, szögfelező <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz</p>		<p><i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram.</p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Véges és végtelen halmaz, unió, metszet, különbség, komplementer halmaz.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok 1.2. Matematikai logika	Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből. Matematikai állítások vizsgálata. Igaz és hamis állítások. Állítás tagadása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A hétköznapi életben használt logikai következtetések és a matematikai logikában használt kifejezések összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendszerezése a célnak megfelelően. Matematikai állítások helyes megfogalmazása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Matematikai tartalmú szöveg értelmezése. Tétel kimondása, bizonyítása. Direkt, indirekt bizonyítás. Szükséges, elégséges, szükséges és elégséges feltétel. Állítások megsejtése, bizonyítás vagy cáfolat megadása.		
Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY, „minden”, „van olyan”, „ha...akkor”, „akkor és csak akkor”. A köznapi szóhasználat és a matematikai kifejezés kapcsolatának megértése Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, alkalmazása. Logikai műveletek és halmazműveletek kapcsolata.		<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> Érvelés és vita, ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás kultúrája, a vitapartnerünk szempontjainak figyelembe vétele. <i>Fizika:</i> logikai áramkörök.
Skatulyaelv. Logikai szita. Egy-egy tipikus problémára modellalkotás.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Logikai művelet: NEM, ÉS, VAGY; ha...akkor; akkor és csak akkor, szükséges és elégséges feltétel. Skatulyaelv, logikai szita. Sejtés, bizonyítás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok 1.3. Kombinatorika, gráfok	Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	Elemek sorba rendezése, adott szempont szerinti kiválasztása, gráf használata egyszerű leszámolási feladatokban	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A kombinatorikai problémák észrevétele a hétköznapi életben, modellek alkalmazása. A rendszerező képesség, a figyelem fejlesztése. A gráfok használata segédeszközként a gondolkodásban.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A szorzási és összeadási szabály. Mi a feltétele annak, hogy az esetek számát összeszorozzuk vagy összeadjuk?</p>		
<p>Sorba rendezés. Kiválasztás. A szöveg matematikai nyelvre fordítása, matematikai modell készítése. Kombinatorikai problémák felfedezése a mindennapokban. $n!$, n^k $\binom{n}{k}$ – elsődleges a módszer, nem a képlet.</p>		
<p>Gráfok: csúcs, él, fokszám. Gráfok alkalmazása feladatmegoldásban. Gondolatmenet megjelenítése gráffal. A fokok és az élek száma közötti összefüggés. Összefüggő gráfok. Fák, a fák éleinek a száma.</p>		<p><i>Kémia:</i> molekulák szerkezete. <i>Informatika:</i> számítógépes hálózatok felépítés. <i>Földrajz:</i> térképek, úthálózat.</p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szorzási szabály, összeadási szabály, faktoriális, gráf, csúcs, él, fokszám, összefüggő gráf, fa.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Algebra 2.1.Valós számok	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejből, írásban, számológéppel. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. A négyzetgyök fogalma, alkalmazása	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A számkörbővítés elveinek megértése, a valós számok halmazának ismerete. Gondolkodás, ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Absztrakciós készség fejlesztése. Számológép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Számhalmazok:</p> <ul style="list-style-type: none"> – természetes számok, – egész számok, – racionális számok, – irracionális számok, – valós számok. <p>A racionális számok halmazán végzett műveletek biztonságos elvégzése – ismétlés, gyakorlás. Abszolútérték. Műveleti tulajdonságok alkalmazása: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. A hatványozás, a hatványozás azonosságai – ismétlés feladatokon keresztül.</p>		<p><i>Biológia-egészségtan;</i> <i>fizika;</i> <i>kémia:</i> a tér, az idő, az anyagmennyiség nagy és kis méreteinek megadása normálalakokkal.</p>

<p>Számok tizedes tört alakja. Véges, végtelen szakaszos, végtelen nem szakaszos tizedes törtek.</p> <p>Számok normálalakja. Számolás normálalakban felírt számokkal. Normálalak a számológépen.</p> <p>A valós számok és a számegyenes kapcsolata. A racionális számok halmaza nem elegendő a számegyenes pontjainak jelölésére.</p>	
<p>Négyzetgyök.</p> <p>A négyzetgyökvonás azonosságai (ismétlés, elmélyítés). Az indirekt bizonyítás, a $\sqrt{2}$ irracionális. Bevitel a gyökjel alá. Kiemelés a gyökjel alól. Nevező gyöktelenítése.</p>	
<p>A gyökvonás azonosságai. Bevitel a gyökjel alá. Kiemelés a gyökjel alól. Nevező gyöktelenítése. Gyökös kifejezések felírása egyetlen gyökjellel.</p>	
<p>Számológép használata: normálalak. Racionális és irracionális kifejezések értékének kiszámítása számológéppel.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Valós szám, normálalak, négyzetgyök</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.2. Algebrai kifejezések használata	Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, helyettesítési érték, zárójelfelbontás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése. Direkt bizonyítási módszer alkalmazása. Ismeretek tudatos memorizálása, az emlékezet fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Algebrai kifejezések. Egész kifejezések, polinomok, törtkifejezések. Racionális és nem racionális kifejezések. A kifejezés értelmezési tartománya. Helyettesítési érték. Műveleti tulajdonságok. Kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Hatványozás, a hatványozás azonosságai. Ismétlés, gyakorlás feladatokon keresztül.</p>		<p><i>Fizika; kémia:</i> mennyiségek kiszámítása képlet alapján, képletek átrendezése.</p>
Nevezetes azonosságok:		

$(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$; $a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (...)$ $a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (...)$ $(a + b + c)^2$;	
<p>Azonos átalakítások. Polinomok összeadása, kivonása. Polinomok szorzása, hatványozása. Kiemelés. Szorzattá alakítás.</p> <p>Algebrai törtekkel végzett műveletek. Algebrai törtek összeadása, kivonása, szorzása, osztása. Egyszerűsítés. Bővítés. Kifejezések legnagyobb közös osztója, legkisebb közös többszöröse, használat az algebrai törtekkel végzett műveletek elvégzésénél</p> <p><i>Matematikatörténet: algebra – Al-Hvarizmi.</i></p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Algebrai kifejezés, polinom, algebrai tört, azonosság. Harmonikus közép, mértani közép, számtani közép, négyzetes közép.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet 2.3. Oszthatóság	Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Osztó, többszörös, prímszám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Számrendszerek.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A korábbi években szerzett ismeretek elmélyítése, bővítése. Algebrai azonosságok. Oszthatósági szabályok, maradékok.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Osztó, többszörös, oszthatóság, maradékos osztás, oszthatósági szabályok. Ismétljük a korábbi ismereteket. Számolunk a maradékokkal. Algebrai azonosságok alkalmazása oszthatósági feladatokban: kiemelés, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok.		
Prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás. A számelmélet alaptétele. Végtelen sok prímszám van. Osztók számának meghatározása a prímtényező felbontásból. Az osztók összege, tökéletes számok. Relatív prímekek <i>Matematikatörténet: Eukleidész, Eratoszthenész, Euler, Fermat.</i>		
Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.		

Számrendszerek. Számok felírása különböző alapú számrendszerekben (ismétlés). Műveletvégzés különböző alapú számrendszerekben.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Osztó, többszörös, prím, prímtényező felbontás, a számelmélet alaptétele, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Algebra 2.4. Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer	Órakeret 22 óra
Előzetes tudás	Egyismeretlenes, elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldása különböző módszerekkel. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának belátása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Elsőfokú egyenletek. Alaphalmaz, megoldáshalmaz, igazsághalmaz, azonosság. Egyenletek grafikus megoldása. Egyenletek algebrai megoldása: <ul style="list-style-type: none"> – az ismeretlen kifejezése egyenletrendezéssel – mérlegelv, – ekvivalens átalakítások, – megoldás keresése szorzattá alakítással, – az értelmezési tartomány és az értékészlet vizsgálata az egyenlet megoldásának keresésében. 		
Elsőfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. A korábban tanult módszerek elmélyítése: <ul style="list-style-type: none"> – számok helyi értékével kapcsolatos feladatok, – geometriai számításokkal kapcsolatos feladatok, – fizikai számításokkal kapcsolatos feladatok, – százalékszámítási feladatok, – keverési feladatok, – együttes munkavégzéssel kapcsolatos feladatok. 		<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika. <i>Kémia:</i> oldatok összetétele.
Törtes egyenletek. Mikor lesz egy tört értéke nulla?		
Abszolútértéket tartalmazó egyenletek, egyenlőtlenségek. Esetszétválasztás – a kifejezés felírása abszolútértékjel nélkül.		<i>Fizika:</i> a mérés hibája.
Elsőfokú egyenletrendszerek (ismétlés, bővítés). Egyenletrendszerek grafikus megoldása.		<i>Informatika:</i> számítógépes program

<p>Behelyettesítő módszer. Egyenlő együtthatók módszere. Új ismeretlen bevezetése.</p>	<p>használata.</p>
<p>Egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. A már megismert módszerek – szöveges feladattípusok több ismeretlen esetén is. Törekvés minél kevesebb, alkalmasan megválasztott ismeretlen bevezetésére. A kapott eredmény értelmezése, valóságtartalmának vizsgálata, ellenőrzés a szöveg alapján.</p>	
<p>Egyenlőtlenségek. Egyenlőtlenségek grafikus megoldása. Egyenlőtlenségek algebrai megoldása. Mérlegelv alkalmazása egyenlőtlenségek esetében. Többtényezős szorzat előjelének vizsgálata. Törtés egyenlőtlenségek. Mikor lesz egy tört értéke pozitív, negatív. Egyenlőtlenség szorzása negatív számmal, kifejezéssel. Egyismeretlenes egyenlőtlenségrendszer. Számegyenes használata a részeredmények összevetésében.</p>	
<p>Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek. Grafikus megoldás. Teljes négyzetté kiegészítés Egyenletmegoldás szorzattá alakítással. A másodfokú egyenlet megoldóképlete. A megoldóképlet készségi szintű alkalmazása. Számológép használata. A másodfokú egyenlet diszkriminánsa. Diszkusszió.</p>	
<p>Diophantoszi egyenletek. Egyenletmegoldási módszerek és oszthatósági szabályok alkalmazása.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség, értelmezési tartomány, azonosság. Ekvivalens átalakítás, hamis gyök. Másodfokú egyenlet, megoldóképlet, diszkrimináns. Egyenletrendszer, egyenlőtlenség, paraméteres egyenlet.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Függvények		Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolútérték-függvény, másodfokú függvény, egészrész-, törtrész-, előjelfüggvény ismerete.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvénymodell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.		
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok	
Függvény fogalma. Rendszerező ismétlés. Értelmezési tartomány, értékkészlet. A függvény megadási módjai, ábrázolása, jellemzése. Új fogalmak: periodicitás, paritás, korlátosság.		<i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.	
Egyenes arányosság. Elsőfokú függvények, lineáris függvények. Rendszerező ismétlés. Lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapi életben.		<i>Fizika; kémia:</i> egyenesen arányos mennyiségek.	
Abszolútérték-függvény. Egészrész-, törtrész-, előjelfüggvény. Másodfokú függvények. Teljes négyzetté kiegészítés. Fordított arányosság, elsőfokú törtfüggvény.		<i>Fizika; kémia:</i> fordítottan arányos mennyiségek.	
Függvénytranszformációk. Kapcsolat a geometriai transzformációkkal. A tanult függvények többlépéses transzformációi az alábbiak összetételével: $f(x) + c; f(x + c); c \cdot f(x); f(x) ; f(c \cdot x)$. Függvények jellemzése a transzformációk figyelembevételével. Függvénytranszformációk számítógépes program segítségével.		<i>Informatika:</i> számítógépes programok.	
Összetett feladatok, versenyfeladatok a témakörből.			
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény, értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, monotonitás, szélsőérték, paritás, konvexitás. Függvénygrafikon, függvénytranszformáció.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.1. Sokszögek	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága. Háromszögek, négyszögek, sokszögek tulajdonságai. Speciális háromszögek, négyszögek elnevezése, felismerése, tulajdonságaik. Háromszögek szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A korábbi fogalmakat ismétlése, elmélyítése, alkalmazásuk nehezebb feladatokban. A definíciók és tételek pontos ismerete. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Geometriai alapfogalmak. Térelemek, kölcsönös helyzetük, távolságuk, szögük. Alapszerkesztések. Axióma, tétel. <i>Matematikatörténet: Bolyai János.</i>		
Háromszögek. Háromszög-egyenlőtlenség. Összefüggések a háromszög szögei között – belső szögek, külső szögek. Összefüggések a háromszög oldalai és szögei között.		
A háromszögek nevezetes vonalai és körei (ismétlés, a pontos bizonyítások megadása, ismeretek bővítése). A háromszög oldalfelező merőlegesei, a háromszög köré írt köre. A háromszög magasságvonalai. A háromszög szögfelező egyenesei, a háromszög beírt köre, hozzáírt körei. A háromszög középvonalai. A háromszög súlyvonalai.		<i>Informatika:</i> geometriai szerkesztő program használata.
Négyszögek, sokszögek, szabályos sokszögek. A korábbi ismeretek rendszerezése: belső és külső szögek összege; átlók száma; a négyszögek osztályozása, speciális négyszögek és tulajdonságaik.		
Pitagorasz tétele és a tétel megfordítása (pontos bizonyítás megadása). Számítási feladatok síkban és térben. Terület. Héron képlet. A tételt és megfordítását alkalmazzuk bizonyítási feladatokban.		<i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.

<i>Matematikatörténet: Pitagorasz.</i>	
Thalész tétele és a tétel megfordítása (pontos bizonyítás megadása). Szerkesztési és bizonyítási feladatok. Körérintő szerkesztése. <i>Matematikatörténet: Thalész.</i>	
Összetett feladatok, versenyfeladatok a témakörből.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Tételelem, axióma, sokszög, Pitagorasz-tétel, Thalész-tétel.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.2. Geometriai transzformációk	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése a környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai transzformációk ismerete, alkalmazása problémamegoldásban. Szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Geometriai transzformáció fogalma. Egybevágósági transzformációk rendszerező ismételése. Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, forgatás, eltolás. A geometriai transzformációk tulajdonságai: <ul style="list-style-type: none"> – fixpont, fixegyenes – szögtartás, távolságtartás, irányítástartás, 		<i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram használata.
Az egybevágóság fogalma. Egybevágó alakzatok felismerése. Alakzatok egybevágósága. Szükséges és elégséges feltételek. A háromszögek egybevágóságának alapesetei.		
Szimmetrikus alakzatok. A szimmetrián alapuló tulajdonságok felismerése: szögek, szakaszok egyenlősége.		<i>Vizuális kultúra:</i> képzőművészet, művészettörténeti stíluskorszakok.
Szerkesztési, számítási és bizonyítási feladatok. Az egybevágóság, a szimmetria felismerése, hatékony alkalmazása Vázlatkészítés, elemzés, szerkesztés, diszkusszió		
A paralelogramma, a háromszög és a trapéz középvonala. A középpontos tükrözés alkalmazása.		
A vektor fogalma, szabadvektor, helyvektor.		<i>Fizika:</i>

<p>Nullvektor, ellentettvektor. Vektorműveletek és tulajdonságaik:</p> <ul style="list-style-type: none"> – összeadás, – kivonás, – számmal való szorzás. <p>Analógia a számhalmazokon végzett műveletekkel. Vektorok felbontása adott irányú összetevőkre, a felbontás egyértelmősége. Vektorok koordinátái.</p>	<p>vektormennyiségek – erő, sebesség, gyorsulás, térerősség.</p>
<p>Összetett feladatok, versenyfeladatok a témakörből.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Geometriai transzformáció, egybevágósági transzformáció, szimmetrikus alakzat.</p>

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p style="text-align: center;">4. Geometria</p> <p style="text-align: center;">4.3. Kör, kerületi és középponti szögek</p>		<p>Órakeret 12 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Kör, a kör érintője. Thalész-tétel, kicsinyítés, nagyítás. Négyszögekre vonatkozó ismeretek.</p>		
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>Változatos feladatokban a geometriai ismeretek alkalmazása, a geometriai szemléletmód fejlesztése.</p>		
<p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p>		<p>Kapcsolódási pontok</p>	
<p>Kör, körív, körcikk. A kör érintője, két kör közös érintői. Rendszerező ismétlés.</p>		<p><i>Vizuális kultúra:</i> festészet, építészet.</p>	
<p>Érintőnégszög. Érintőnégszögek tétele és megfordítása bizonyítás nélkül.</p>			
<p>Kerületi és középponti szögek tétele. Azonos íven nyugvó kerületi és középponti szögek kapcsolata. Azonos íven nyugvó kerületi szögek egyenlők – kerületi szögek tétele. Adott szöghöz és szakaszhoz tartozó látószögekörívek, szerkesztésük. Szerkesztési és bizonyítási feladatok a tétel alkalmazására.</p>		<p><i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram használata.</p>	
<p>Húrnégyszög. Húrnégyszögek tétele és megfordítása. Szerkesztési és bizonyítási feladatok a tétel alkalmazására.</p>			
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Érintőnégszög. Középponti szög, kerületi szög, látószögekörív. Húrnégyszög.</p>		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Trigonometria		Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	Hasonlóság alkalmazása számolási feladatokban, vektorok koordinátáinak használata.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Síkbeli és térbeli ábra készítése a valós geometriai problémáról. Számítási feladatok, a megoldáshoz alkalmas szögfüggvény megtalálása. Számológép, számítógép használata.		
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok	
<p>Távolságok, magasságok meghatározása arányokkal. A valóság kicsinyített ábrájáról szögeket és szakaszokat határozunk meg méréssel és számolással.</p> <p>A hegyesszögek szögfüggvényeinek definíciója. Szögfüggvény értékének meghatározása számológéppel. Szög meghatározása a szögfüggvény ismeretében számológéppel. Számítási feladatok szögfüggvények használatával síkban és térben.</p>		<p><i>Fizika:</i> lejtőn mozgó testre ható erők kiszámítása.</p>	
<p>Nevezetes szögek szögfüggvényei: 30°; 60°; 45°. Összefüggések egy hegyesszög szögfüggvényei között. Pótszögek szögfüggvényei. Trigonometrikus összefüggések bizonyítása.</p>			
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szögfüggvény		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Statisztika, valószínűség	Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség egyszerű fogalma. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése. Tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések. Táblázat értelmezése, készítése. Diagram készítése, olvasása. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában. A valószínűség és a relatív gyakoriság kapcsolata – a valószínűségi gondolkodás fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése és ábrázolása. Adatok rendezése, osztályokba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása. Következtetések levonása. Számológép használata.</p> <p>Diagramok típusai, célszerű használat. Vonaldiagram, oszlopdiaagram, kördiagram.</p> <p>Adathalmazok jellemzői: terjedelem, gyakoriság, relatív gyakoriság, átlag, medián, módusz, szórás.</p>		<p><i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram).</p> <p><i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés.</p>
<p>Véletlen jelenségek megfigyelése. Kockadobások, pénzérme... Megfigyelések végzése csoportmunkában.</p>		<p><i>Informatika:</i> véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.</p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Gyakoriság, relatív gyakoriság, terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Események összege, szorzata. Klasszikus valószínűségi modell.	

10. évfolyam

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok 1.1. Halmazok, ponthalmazok	Órakeret 4 óra
Előzetes tudás	Csoportosítás különböző szempontok alapján. Halmazműveletek véges halmazokon. Halmazábra. Számhalmazok, ponthalmazok.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmaz fogalmának ismerete, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Több szempont alkalmazása – megosztott figyelem fejlesztése. Definíciók, jelölések használata – az emlékezet fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Nevezetes ponthalmazok (ismétlés, elmélyítés):</p> <ul style="list-style-type: none"> - adott térelemtől adott távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben - két térelemtől egyenlő távol lévő pontok halmaza – síkban és térben <p>Vegyes feladatok ponthalmazok és halmazműveletek Több feltétel teljesülése egyszerre.</p>		<i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram.
<p>Ponthalmazok a koordinátasíkon. Koordinátákkal megadott feltételek. Halmazműveletek alkalmazása. <i>Matematikatörténet:</i> René Descartes.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Véges és végtelen halmaz, unió, metszet, különbség, szimmetrikus differencia, komplementer halmaz, Descartes-féle szorzat, euklideszi szerkesztés, parabola, ellipszis, hiperbola.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok 1.2. Matematikai logika	Órakeret 3 óra
Előzetes tudás	Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből. Matematikai állítások vizsgálata. Igaz és hamis állítások. Állítás tagadása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A hétköznapi életben használt logikai következtetések és a matematikai logikában használt kifejezések összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendszerezése a célnak megfelelően. Matematikai állítások helyes megfogalmazása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Matematikai tartalmú szöveg értelmezése. Tétel kimondása, bizonyítása. Direkt, indirekt bizonyítás. Szükséges, elégséges, szükséges és elégséges feltétel.</p>		

Állítások megsejtése, bizonyítás vagy cáfolat megadása.		
<p>Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY, „minden”, „van olyan”, „ha...akkor”, „akkor és csak akkor”.</p> <p>A köznapi szóhasználat és a matematikai kifejezés kapcsolatának megértése</p> <p>Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, alkalmazása.</p> <p>Logikai műveletek és halmazműveletek kapcsolata.</p>		<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> Érvelés és vita, ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás kultúrája, a vitapartnerünk szempontjainak figyelembe vétele.</p> <p><i>Fizika:</i> logikai áramkörök.</p>
Skatulyaelv. Logikai szita. Egy-egy tipikus problémára modellalkotás.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Logikai művelet: NEM, ÉS, VAGY; ha...akkor; akkor és csak akkor, szükséges és elégséges feltétel. Skatulyaelv, logikai szita. Sejtés, bizonyítás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok 1.3. Kombinatorika, gráfok	Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	Elemek sorba rendezése, adott szempont szerinti kiválasztása, gráf használata egyszerű leszámolási feladatokban	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A kombinatorikai problémák észrevétele a hétköznapi életben, modellek alkalmazása. A rendszerező képesség, a figyelem fejlesztése. A gráfok használata segédeszközként a gondolkodásban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A szorzási és összeadási szabály. Mi a feltétele annak, hogy az esetek számát összeszorozzuk vagy összeadjuk?		
<p>Sorba rendezés. Kiválasztás.</p> <p>A szöveg matematikai nyelvre fordítása, matematikai modell készítése.</p> <p>Kombinatorikai problémák felfedezése a mindennapokban.</p> <p>$n!$, n^k $\binom{n}{k}$ – elsődleges a módszer, nem a képlet.</p>		
<p>Gráfok: csúcs, él, fokszám. Gráfok alkalmazása feladatmegoldásban. Gondolatmenet megjelenítése gráffal. A fokok és az élek száma közötti összefüggés. Összefüggő gráfok.</p>		<p><i>Kémia:</i> molekulák szerkezete.</p> <p><i>Informatika:</i> számítógépes</p>

Fák, a fák éleinek a száma.	hálózatok felépítés. <i>Földrajz:</i> térképek, úthálózat.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szorzási szabály, összeadási szabály, faktoriális, gráf, csúcs, él, foksám, összefüggő gráf, fa.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Algebra 2.1.Valós számok	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejben, írásban, számológéppel. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. A négyzetgyök fogalma, alkalmazása	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A számkörbővítés elveinek megértése, a valós számok halmazának ismerete. Gondolkodás, ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Absztrakciós készség fejlesztése. Számológép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Az n -edik gyök fogalma. A gyökvonás azonosságai. Páros és páratlan gyökkitevő. Bevitel a gyökjel alá. Kiemelés a gyökjel alól. Nevező gyöktelenítése. Gyökös kifejezések felírása egyetlen gyökjellel.		
Számológép használata: y^x ; $\sqrt{\quad}$; $\sqrt[3]{y}$, normálalak. Racionális és irracionális kifejezések értékének kiszámítása számológéppel.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valós szám, n -edik gyök.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Algebra 2.2 Algebrai kifejezések használata	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, $(a \pm b)^2$, $a^2 - b^2$, helyettesítési érték, zárójelfelbontás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése. Direkt bizonyítási módszer alkalmazása. Ismeretek tudatos memorizálása, az emlékezet fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Algebrai kifejezések. Egész kifejezések, polinomok, törtkifejezések.		<i>Fizika; kémia:</i> mennyiségek

<p>Racionális és nem racionális kifejezések. A kifejezés értelmezési tartománya. Helyettesítési érték. Műveleti tulajdonságok. Kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Hatványozás, a hatványozás azonosságai. Ismétlés, gyakorlás feladatokon keresztül.</p>	<p>kiszámítása képlet alapján, képletek átrendezése.</p>
<p>Azonos átalakítások. Polinomok összeadása, kivonása. Polinomok szorzása, hatványozása. Kiemelés. Szorzattá alakítás. Algebrai törtekkel végzett műveletek. Algebrai törtek összeadása, kivonása, szorzása, osztása. Egyszerűsítés. Bővítés. Kifejezések legnagyobb közös osztója, legkisebb közös többszöröse, használat az algebrai törtekkel végzett műveletek elvégzésénél <i>Matematikatörténet: algebra – Al-Hvarizmi.</i></p>	
<p>Számtani és mértani közép, a köztük lévő egyenlőtlenség. Harmonikus közép. Négyzetes közép. Nevezetes közepek összehasonlítása. A bizonyítás két szám esetében, de a tételek kimondása n számra.</p>	
<p>Szélsőérték-feladatok. Nevezetes közepek használatával. Függvénytulajdonságok alapján: pl. másodfokú függvények vizsgálatával.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Algebrai kifejezés, polinom, algebrai tört, azonosság. Harmonikus közép, mértani közép, számtani közép, négyzetes közép.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet 2.3. Oszthatóság	Órakeret 6 óra
Előzetes tudás	Osztó, többszörös, prímszám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Számrendszerek.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A korábbi években szerzett ismeretek elmélyítése, bővítése. Algebrai azonosságok, teljes indukció alkalmazása oszthatósági problémák megoldásában. Oszthatósági szabályok felfedezése nem tízes alapú számrendszerekben.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Osztó, többszörös, prím, prímtényező felbontás, a számelmélet alaptétele, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Euklideszi algoritmus. Osztók száma.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Algebra 2.4. Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Egyismeretlenes, elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldása különböző módszerekkel. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának belátása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek. Grafikus megoldás. Teljes négyzetté kiegészítés (ismétlés). Egyenletmegoldás szorzattá alakítással. Algoritmus keresése a megoldásra.</p> <p>A másodfokú egyenlet megoldóképlete. A megoldóképlet készségi szintű alkalmazása. Számológép használata.</p> <p>A másodfokú egyenlet diszkriminánsa. Diszkusszió.</p> <p>Gyöktényező alak, Viète-formulák. Másodfokúra visszavezethető egyenletek. Új ismeretlen bevezetése. <i>Matematikatörténet: magasabb fokú egyenletek megoldhatósága.</i></p>		
<p>Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. Modellalkotás, megoldási módszerek. Szövegben történő ellenőrzés.</p> <p>Másodfokú függvények vizsgálata. Teljes négyzetté alakítás használata.</p> <p>Szélsőérték-feladatok. Másodfokú függvény vizsgálatával. Számítási és mértani közép közötti egyenlőtlenség felhasználásával.</p>		<p><i>Fizika: egyenletesen gyorsuló mozgás leírása.</i></p> <p><i>Informatika: számítógépes program használata.</i></p>
<p>Másodfokú egyenlőtlenségek. A megoldás megadása másodfokú függvény vizsgálatával, grafikon használatával.</p>		
<p>Másodfokú egyenletrendszer. Másodfokú egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. Emlékezés korábban megismert módszerekre, alkalmazás az adott környezetben.</p>		<i>Fizika: ütközések.</i>
<p>Magasabb fokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása. Szorzattá alakítással.</p>		

Új ismeretlen bevezetésével. Szimmetrikus egyenletek megoldása.	
Négyzetgyökös egyenletek, gyökös egyenletek. Ekvivalens és nem ekvivalens egyenlet-megoldási lépések. Hamisgyök, gyökvesztés. Négyzetgyökös egyenlőtlenségek, gyökös egyenlőtlenségek. Odafigyelés az átalakítások ekvivalenciájára.	
Paraméteres egyenletek. Másodfokú egyenletek. A paraméter milyen értéke esetén végezhető el egy-egy lépés?	
Diophantoszi egyenletek (ismétlés, bővítés). Egyenletmegoldási módszerek és oszthatósági szabályok alkalmazása.	
Összetett feladatok, versenyfeladatok a témakörből.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség, értelmezési tartomány, azonosság. Ekvivalens átalakítás, hamis gyök. Másodfokú egyenlet, egyenlőtlenség, megoldóképlet, diszkrimináns. Egyenletrendszer. Gyökös egyenlet, egyenlőtlenség, paraméteres egyenlet, diophantoszi egyenlet.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Függvények	Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolútérték-függvény, másodfokú függvény, egészrész-, törtrész-, előjelfüggvény ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvénymodell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Függvény fogalma. Rendszerező ismétlés. Értelmezési tartomány, értékkészlet. A függvény megadási módjai, ábrázolása, jellemzése. Új fogalmak: periodicitás, paritás, korlátosság.		<i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.
Másodfokú függvények. Teljes négyzetté kiegészítés. Hatványfüggvények. Gyökfüggvények. A függvénygrafikonok elkészítése és használata a függvény jellemzésére. Inverzfüggvény.		<i>Fizika; kémia:</i> fordítottan arányos mennyiségek.
Függvénytranszformációk.		<i>Informatika:</i>

<p>Kapcsolat a geometriai transzformációkkal. A tanult függvények többlépéses transzformációi az alábbiak összetételével: $f(x) + c; f(x + c); c \cdot f(x); f(x) ; f(c \cdot x)$. Függvények jellemzése a transzformációk figyelembevételével. Függvénytranszformációk számítógépes program segítségével.</p>		számítógépes programok.
Összetett feladatok, versenyfeladatok a témakörből.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény, értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, monotonitás, szélsőérték, paritás, konvexitás. Függvénygrafikon, függvénytranszformáció.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.1. Sokszögek	Órakeret 6 óra
Előzetes tudás	Tételek kölcsönös helyzete, távolsága. Háromszögek, négyszögek, sokszögek tulajdonságai. Speciális háromszögek, négyszögek elnevezése, felismerése, tulajdonságaik. Háromszögek szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A korábbi fogalmakat ismétlése, elmélyítése, alkalmazásuk nehezebb feladatokban. A definíciók és tételek pontos ismerete. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A háromszögek nevezetes vonalai és körei (ismétlés, a pontos bizonyítások megadása, ismeretek bővítése). A háromszög középvonalai. A háromszög súlyvonalai.</p>		<i>Informatika:</i> geometriai szerkesztő program használata.
<p>Négyszögek, sokszögek, szabályos sokszögek. A korábbi ismeretek rendszerezése: belső és külső szögek összege; átlók száma; a négyszögek osztályozása, speciális négyszögek és tulajdonságaik.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Tételek, axióma, sokszög, Pitagorasz-tétel, Thalész-tétel.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.2. Geometriai transzformációk	Órakeret 18 óra
Előzetes tudás	Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése a környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai transzformációk ismerete, alkalmazása problémamegoldásban. Szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A párhuzamos szelők tétele. A tétel bizonyítása racionális arány esetében. Szakasz arányos osztása.</p> <p>A párhuzamos szelők tételének megfordítása. A tétel megfordítása csak speciális esetben igaz.</p> <p>A párhuzamos szelőszakaszok tétele. Számítási és bizonyítási feladatok a tételek alkalmazására.</p>		
<p>A középpontos hasonlóság fogalma és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció fogalma és tulajdonságai. Aránytartó transzformáció. Szerkesztési, számítási, bizonyítási feladatok.</p>		<p><i>Földrajz:</i> térképek.</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> tervrajzok.</p> <p><i>Fizika:</i> optikai eszközök nagyítása.</p>
<p>Hasonló alakzatok. A háromszögek hasonlóságának alapesetei. A sokszögek hasonlósága. Testek hasonlósága. A hasonló síkidomok területének aránya. A hasonló testek felszínének és térfogatának aránya.</p>		<p><i>Fizika:</i> hasonló háromszögek alkalmazása – lejtőmozgás, geometriai optika.</p>
<p>Arányossági tételek háromszögekben. Szögfelező tétel, magasságtétel, befogótétel. A számtani és a mértani közép közötti egyenlőtlenség geometriai bizonyítása. Mértani közép szerkesztése. Egyszerű szélsőérték-feladatok. Aranymetszés.</p>		<p><i>Vizuális kultúra:</i> festészet, építészet.</p>
Összetett feladatok, versenyfeladatok a témakörből.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Geometriai transzformáció, hasonlósági transzformáció, szimmetrikus alakzat, hasonló alakzat, számtani és mértani közép.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.3 Kör, kerületi és középponti szögek	Órakeret 6 óra
Előzetes tudás	Kör, a kör érintője. Thalész-tétel, hasonlóság. Négyszögekre vonatkozó ismeretek. Kerületi szögek tétele, Húrnégyszög-tétel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Változatos feladatokban a geometriai ismeretek alkalmazása, a geometriai szemléletmód fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tétele. Bizonyítási feladatok.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Középponti szög, kerületi szög, látószögmögív. Húrnégyszög, pont körre vonatkozó hatványa	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Trigonometria	Órakeret 25 óra
Előzetes tudás	Hasonlóság alkalmazása számolási feladatokban, vektorok koordinátáinak használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Síkbeli és térbeli ábra készítése a valós geometriai problémáról. Számítási feladatok, a megoldáshoz alkalmas szögfüggvény megtalálása. Számológép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Távolságok, magasságok meghatározása arányokkal. A valóság kicsinyített ábrájáról szögeket és szakaszokat határozunk meg méréssel és számolással. A hegyesszögek szögfüggvényeinek definíciója. Szögfüggvény értékének meghatározása számológéppel. Szög meghatározása a szögfüggvény ismeretében számológéppel. Számítási feladatok szögfüggvények használatával síkban és térben.		<i>Fizika:</i> lejtőn mozgó testre ható erők kiszámítása.
Nevezetes szögek szögfüggvényei: 30° ; 60° ; 45° . Összefüggések egy hegyesszög szögfüggvényei között. Pótszögek szögfüggvényei. Trigonometrikus összefüggések bizonyítása.		
A szög ívmértéke. A radián mint mértékegység. Átváltás fok és radián között.		<i>Fizika:</i> szögsebesség, szöggyorsulás, fázisszög.
A szögfüggvények általános értelmezése. Forgásszög, egységvektor, vektorkoordináták – sin, cos, tg, ctg. A szögfüggvények előjele a különböző síknegyedekben. Szögfüggvények közötti összefüggések.		<i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás, hullámmozgás leírása.

<p>Trigonometrikus összefüggések bizonyítása. A trigonometrikus függvények. A szögfüggvények értelmezési tartománya, értékkészlete, zérushelyek, szélsőérték, periódus, monotonitás. Függvénytranszformáció, függvényvizsgálat.</p>	<p><i>Informatika:</i> grafikonok elkészítése számítógépes programmal.</p>
<p>Trigonometrikus egyenletek. A megoldáshoz a szögfüggvény definícióját használjuk. A trigonometrikus egyenletnek végtelen sok megoldása van. Végtelen sok megoldás ellenőrzése. Trigonometrikus egyenlőtlenségek. Egységkör, illetve trigonometrikus függvény grafikonjának felhasználása. A periódus figyelembevétele a megoldás megadásában</p>	
<p>Geometriai alkalmazások. Háromszög területe – két oldal és a közbezárt szög felhasználásával. A háromszög oldalának kifejezése a szemben lévő szöggel és a körülírt kör sugarával. Négyszög területe – két átló és a közbezárt szög felhasználásával.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Szögfüggvény, ívmérték, trigonometrikus függvény, trigonometrikus egyenlet, trigonometrikus egyenlőtlenség, periódus.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Statisztika, valószínűség	Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség egyszerű fogalma. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése. Tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések. Táblázat értelmezése, készítése. Diagram készítése, olvasása. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában. A valószínűség és a relatív gyakoriság kapcsolata – a valószínűségi gondolkodás fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése és ábrázolása. Adatok rendezése, osztályokba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása. Következtetések levonása. Számológép használata. Diagramok típusai, célszerű használat. Vonaldiagram, oszlopdiaagram, kördiagram. Adathalmazok jellemzői: terjedelem, gyakoriság, relatív gyakoriság, átlag, medián, módusz, szórás.</p>		<p><i>Földrajz:</i> időjárás, éghajlati és gazdasági statisztikák. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). <i>Informatika:</i> adat-</p>

	kezelés, adatfeldolgozás, információ megjelenítés.
Véletlen jelenségek megfigyelése. Kockadobások, pénzérme... Megfigyelések végzése csoportmunkában.	<i>Informatika:</i> véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.
Esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Egyszerűbb események valószínűsége. Események összege, szorzata. Klasszikus valószínűségi modell. A valószínűség meghatározása kombinatorikus eszközökkel.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Gyakoriság, relatív gyakoriság, terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Események összege, szorzata. Klasszikus valószínűségi modell.

<p>A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén</p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, ponthalmazokra. – Halmazműveletek és logikai műveletek kapcsolata. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita, a skatulyaelv, a teljes indukció alkalmazása feladatmegoldás során. – Szorzási és összeadási szabály alkalmazása kombinatorikai feladatokban. Gráfok használata gondolatmenet szemléltetésére. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Racionális és irracionális számok, a valós számok halmazának szemléletes fogalma, véges és végtelen tizedes törtek, számegyenes. – Számok normálalakja, normálalakkal végzett műveletek. – Biztos műveletvégzés, műveletek sorrendje, zárójelek használata. – Oszthatóság, a számelmélet alaptétele, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. – Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása. A gyökvonás fogalmának ismerete, a gyökvonás azonosságainak alkalmazása. – Első és másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldási módszerei. Szöveges feladatok. – Törtés egyenletek, egyenlőtlenségek megoldási módszerei. – Gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. – Másodfokúra vezető szélsőérték-problémák megoldása teljes négyzetté alakítással. – Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása a szögfüggvények definíciója alapján. – Számrendszerek, műveletvégzés és oszthatósági kérdések nem tízes alapú számrendszerekben.
--	---

<ul style="list-style-type: none">- A számológép használata. <p><i>Függvények, az analízis elemei</i></p> <ul style="list-style-type: none">- A függvény fogalmának mélyülése. Új függvényjellemzők ismerete: korlátosság, periodicitás- A hatványfüggvény, gyökfüggvény, trigonometrikus alapfüggvények ábrázolása, jellemzése.- Függvénytranszformációk elvégzése. A függvénytranszformációk és a geometriai transzformációk kapcsolata.- Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none">- Tételek ismerete, távolság és szög fogalma, mérése.- Axióma és tétel fogalma.- A kör és részeinek ismerete.- Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húrnégyszögek és érintőnéyszögek tételei).- Geometriai transzformációk. Egybevágósági és hasonlósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban. Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok tulajdonságai.- Vektor fogalmának, vektorműveleteknek az ismerete. Vektorfelbontás, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.- Háromszögek, négyszögek, sokszögek szögei, nevezetes vonalai, körei. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.- A Pitagorasz-tétel és Thalész-tétel alkalmazásai.- Hegyesszögek, forgásszögek szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete. Számológép használata. <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none">- Statisztikai adatok elemzése: adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése; adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának, szórásának meghatározása.- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. A műveletek elvégzése az eseménytérben.- A valószínűség klasszikus modelljének alkalmazása.

11–12. évfolyam

Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző és összegző képesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk. Olyanokat, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordinátageometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit is így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a vállalkozói kompetencia fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra.

Az **emelt szinten érettségit választó tanulók** többsége olyan egyetemen, főiskolán fog továbbtanulni, ahol a matematika tantárgy a képzés lényeges része, ők az alapórán túl heti **további 2-2 órában készülnek**. Ilyen továbbtanulási cél lehet az egyetemek elméleti matematikára építő természettudományi karai, az alkalmazásokat is igénylő műszaki pályák, a közgazdasági és pénzügyi pályák. Minden témában a fogalmak, alkalmazások értő tudásáig kell eljutni. A tesztes versenyeken túl: Gordiusz, Kenguru, nagyon fontos cél, hogy minél többen szerepeljenek eredményesen az OKTV-n. A felkészülést heti 1 órás szakkör is segíti.

A matematikatörténet feldolgozása kiselőadások megtartására ad lehetőséget, ami a szóbeli érettségikre való készülést is segíti, így a matematikában kevésbé jártas tanulók sem tekintik talán gondolkodásmódjuktól távol ezt területet.

Az egyes témakörökre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák. Ezen kívül **számonkérésre 11.-ben 16, 12.-ben 20 órát, ismétlésre (a 11. osztályban) 6 órát terveztünk.**

11. évfolyam

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulyaelv, logikai szita. Sorba rendezési és kiválasztási feladatok, gráf használata feladatmegoldásban. Gráf, csúcs, él, fokszám.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Korábban megismert fogalmak ismétlése, elmélyítése. Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok

<p>1.1. <i>Matematikai logika</i> Logikai műveletek: negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia, igazságtáblázat. Rendszerező ismétlés feladatokon keresztül. A köznapi szóhasználat és a matematikai szóhasználat összevetése. Logikai és halmazelméleti műveletek kapcsolata. Eseményalgebra. <i>Matematikatörténet:</i> Varga Tamás, Pólya György, George Boole. Bizonyítási módszerek. Direkt bizonyítás, indirekt bizonyítás, logikai szitaformula, skatulya elv, teljes indukció. Sejtés és igazolása.</p>	<p><i>Fizika:</i> elektromos áramkörök tervezése.</p>
<p>1.2. <i>Kombinatorika</i> Permutáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Kombináció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Vegyes kombinatorikai feladatokon keresztül ismétélünk, mélyítjük a feladatmegoldási rutinunkat. Rendszerezük a témához tartozó elméleti ismereteket. Jelek használata: $n!$, $\binom{n}{k}$. Binomiális tétel. Binomiális együtthatók, tulajdonságaik. Pascal-háromszög. <i>Matematikatörténet:</i> Blaise Pascal, Erdős Pál.</p>	<p><i>Biológia-egészségtan:</i> genetika.</p>
<p>1.3. <i>Gráfok</i> Gráfelméleti alapfogalmak: Csúcs, él, fokszám. Fokszámra vonatkozó összefüggések. Gráfok alkalmazása leszámolás feladatokban – rendszerező ismétlés. Egyszerű gráf: Teljes gráf, komplementer gráf, részgráf. Összefüggő gráf, út, kör. Fagráf, felhasználása feladatmegoldásban. <i>Matematikatörténet:</i> Euler.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Permutáció, variáció, kombináció. Binomiális tétel, binomiális együttható, Pascal-háromszög. Egyszerű gráf, teljes gráf, összefüggő gráf, út, kör, fa.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Algebra Hatvány, gyök, logaritmus	Órakeret 24 óra
Előzetes tudás	Hatványozás egész kitevővel, hatványozás azonosságai, n -edik gyök, gyökvonás azonosságai. Valós számok halmaza.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása: a racionális kitevő értelmezése, az irracionális kitevőjű hatvány szemléletes fogalmának kialakítása. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: exponenciálisan, logaritmikusan változó mennyiségek. Más tudományágakban a matematika alkalmazásának felfedezése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Az egész kitevőjű hatványok, a hatványozás azonosságainak ismételése. Számológép használata hatványok értékének kiszámítására, normálalak használatára. Azonos átalakítások, a célszerű módszer, lépés megválasztása. A gyökvonásról tanultak ismételése. A hatványfogalom kiterjesztése - törtekitevőjű hatványok. A hatványozás eddigi azonosságai érvényben maradnak – permanenciaelv. Exponenciális függvény – a hatványfogalom kiterjesztése irracionális kitevőre. Az exponenciális függvény ábrázolása, vizsgálata - irracionális kitevőjű hatvány (szemléletes alapon)</p>		<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> kamatszámítás, hitelfelvétel, törlesztőrészlet-számítás. <i>Fizika:</i> radioaktivitás.</p>
<p>Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek. Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Exponenciális egyenletre vezető valós problémák megoldása.</p>		<p><i>Földrajz:</i> globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).</p>
<p>Számolás 10 hatványaival, 2 hatványaival. A logaritmus fogalma. Logaritmus értékének meghatározása a definíció alapján és számológéppel. A logaritmus azonosságai. Szorzat, hányados, hatvány logaritmusra. Áttérés más alapú logaritmusra. A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására. <i>Matematikatörténet:</i> a logaritmus fogalmának kialakulása, változása; logaritmustáblázat.</p>		<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás.</p>
<p>A logaritmusfüggvény. A logaritmusfüggvény ábrázolása, vizsgálata. Adott alaphoz tartozó exponenciális és logaritmusfüggvény kapcsolata.</p>		<p><i>Fizika:</i> régészeti leletek – kormeghatározás.</p>

Az inverz függvény fogalma. Inverz függvénypárok keresése és ábrázolása korábban tanult függvények körében.	
Logaritmosus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Értelmezési tartomány vizsgálata.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Racionális kitevőjű hatvány, irracionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus. Exponenciális függvény és egyenlet, logaritmosus függvény és egyenlet.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Trigonometria	Órakeret 24 óra
Előzetes tudás	Vektorokkal végzett műveletek. Hegyesszögek szögfüggvényei, a szögfüggvények általános értelmezése, szögmérés fokban és radiánban, szögfüggvények közötti egyszerű összefüggések, trigonometrikus függvények.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai látásmód fejlesztése. A művelet fogalmának bővítése két újszerű művelettel, a skaláris szorzással. Algebrai és a geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban. A tanultak felfedezése más tudományterületeken is. A függvény szemlélet alkalmazása az egyenletmegoldás során, végtelen sok megoldás keresése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A vektorokról tanultak rendszerező ismétlése: <ul style="list-style-type: none"> – a vektor fogalma, – vektorműveletek, – vektorfelbontás. A vektorok koordinátaival végzett műveletek és tulajdonságaik. A vektor 90° -os elforgatottjának koordinátái.		
Szögfüggvényekről tanultak ismétlése. Trigonometrikus függvények. Összefüggések a szögfüggvények között.		<i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
Két vektor skaláris szorzata. Jelölések. A skaláris szorzat tulajdonságai. A skaláris szorzás alkalmazása számítási és bizonyítási feladatokban. Merőleges vektorok skaláris szorzata. Szükséges és elégséges feltétel. Két vektor skaláris szorzatának kifejezése a vektorkoordináták segítségével.		<i>Fizika:</i> munka, elektromosság tan.
A háromszög területének kifejezése két oldal és a közbezárt szög segítségével. Szinusztétel alkalmazás. Koszinusztétel alkalmazás. A tételek pontos kimondása, bizonyítása.		<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> alakzatok adatainak meghatározása.

<p>Kapcsolat a Pitagorasz-tétellel. Ábra és terv készítése számítási feladathoz. Szög távolság, terület meghatározása gyakorlati problémákban is. A tételek alkalmazása bizonyítási feladatokban. Számológép használata.</p>	<p><i>Földrajz:</i> távolságok, szögek kiszámítása – terepmérési feladatok. GPS: helymeghatározás.</p>
<p>Trigonometrikus azonosságok, egyenletek és egyenlőtlenségek. Egységkör illetve trigonometrikus függvény grafikonjának felhasználása az egyenlet, egyenlőtlenség megoldásához. Az összes megoldás megkeresése. Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata.</p>	<p><i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Skaláris szorzat, vektoriális szorzat. Szinusztétel. koszinusztétel. Trigonometrikus azonosság, egyenlet, egyenlőtlenség. Trigonometrikus függvény.</p>

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>4. Geometria 4.1. Koordinátageometria</p>		<p>Órakeret 20 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Koordinátarendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Ponthalmazok koordináta-rendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú, másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása</p>		
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Analógia keresése a síkbeli és a térbeli problémák között. Számítógép használata.</p>		
<p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p>		<p>Kapcsolódási pontok</p>	
<p>A Descartes-féle koordinátarendszer – síkban és térben. A helyvektor és a szabadvektor, vektorműveletek. Rendszerező ismétlés.</p>		<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>	
<p>Vektor abszolút értékének kiszámítása. Két pont távolságának kiszámítása. A Pitagorasz-tétel alkalmazása. Két vektor hajlásszöge. Skaláris szorzat használata.</p>			
<p>Szakasz osztópontjának koordinátái. A háromszög súlypontjának koordinátái. Elemi geometriai ismereteket alkalmazunk, vektorokat használunk, koordinátákat számolunk.</p>		<p><i>Fizika:</i> alakzatok tömegközéppontja.</p>	
<p>Az egyenes helyzetét jellemző adatok: irányvektor, normálvektor, irányszög, iránytangens. A különböző jellemzők közötti kapcsolat értéke, használata. Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének a feltétele.</p>		<p><i>Fizika:</i> mérések értékelése.</p>	
<p>Az egyenes egyenlete: – normálvektoros egyenlet,</p>		<p><i>Informatika:</i> számítógépes program</p>	

<ul style="list-style-type: none"> - irányvektoros egyenlet, - iránytényező egyenlet. <p>Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel. Kétismeretlenes lineáris egyenlet. A feladathoz alkalmas egyenlettípus kiválasztása. Két egyenes metszéspontja. Egyenletrendszerek megoldási módszereit alkalmazzuk.</p>	használata.
<p>Pont és egyenes távolsága, két párhuzamos egyenes távolsága. Két egyenes szöge. Skaláris szorzat használata.</p>	<i>Földrajz:</i> távolságok, szögek kiszámítása.
<p>A kör egyenlete. Kör egyenletének felírása a középpont és a sugár ismeretében. Kétismeretlenes másodfokú egyenletről annak eldöntése, hogy kör egyenlete-e. Kör és egyenes kölcsönös helyzete. A kör érintőjének egyenlete. Két kör közös pontjainak meghatározása. Másodfokú, kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása. A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió.</p>	<i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
Ponthalmazok a koordinátasíkon.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Vektor, irányvektor, normálvektor, iránytényező. Egyenes, kör, parabola, egyenlete.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Statisztika, valószínűség	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Adatok elemzése, gyakoriság, relatív gyakoriság. Táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Klasszikus valószínűségi modell.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására. Mit jelent a valószínűség – a nagy számok törvénye. Eseményalgebra, az eseményekkel végzett műveletek – a mindennapi szóhasználat és a matematikai megfogalmazás megkülönböztetése. Nevezetes eloszlások felismerése a hétköznapi életben, gyakorlati alkalmazásokban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Statisztikai mintavétel. Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. A minta terjedelme. Átlag, medián, módusz, szórás. Grafikonok. A korábbi ismeretek rendszerező ismétlése. Közvélemény-kutatás. Statisztikai évkönyv. Minőség-ellenőrzés.</p>		<p><i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> választások.</p>
Véletlen jelenségek megfigyelése.		<i>Informatika:</i> véletlen

<p>A modell és a valóság kapcsolata. Játékok elemzése: igazságos és igazságtalan játék. Szerencsejátékok. <i>Matematikatörténet: Pascal, Fermat.</i></p>	<p>jelenségek számítógépes szimulációja. <i>Fizika: radioaktiv bomlás.</i></p>
<p>Események – eseménytér – elemi események. Biztos esemény, lehetetlen esemény. Események közötti műveletek – kapcsolat a halmazműveletekkel. A valószínűség mint az eseménytéren értelmezett függvény. Teljes eseményrendszer. Klasszikus valószínűségi modell. A tanult kombinatorikai módszerek használata.</p>	
<p>Geometriai valószínűség. Az eseménytér mérhető - van hossza, területe, térfogata.</p>	
<p><i>Matematikatörténet: Pólya György, Rényi Alfréd.</i></p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Valószínűség, klasszikus valószínűségi modell. Teljes eseményrendszer. Független esemény.</p>

12. évfolyam

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulyaelv, logikai szita. Sorba rendezési és kiválasztási feladatok, gráf használata feladatmegoldásban. Gráf, csúcs, él, fokszám.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Korábban megismert fogalmak ismételése, elmélyítése. Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban.	
		Kapcsolódási pontok
<p><i>1.1. Matematikai logika</i></p> <p>Logikai műveletek: negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia, igazságtáblázat.</p> <p>Rendszerező ismétlés feladatokon keresztül.</p> <p>A köznapi szóhasználat és a matematikai szóhasználat összevetése.</p> <p>Logikai és halmazelméleti műveletek kapcsolata.</p> <p>Eseményalgebra.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Varga Tamás, Pólya György, George Boole.</p> <p>Bizonyítási módszerek.</p> <p>Direkt bizonyítás, indirekt bizonyítás, logikai szitaformula, skatulya elv, teljes indukció.</p> <p>Sejtés és igazolása.</p>		<i>Fizika:</i> elektromos áramkörök tervezése.
<p><i>1.2. Kombinatorika</i></p> <p>Permutáció – ismétlés nélkül és ismétléssel.</p> <p>Variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel.</p> <p>Kombináció – ismétlés nélkül és ismétléssel.</p> <p>Vegyes kombinatorikai feladatokon keresztül ismételünk, mélyítjük a feladatmegoldási rutinunkat.</p> <p>Rendszerezük a témához tartozó elméleti ismereteket.</p> <p>Jelek használata: $n!$, $\binom{n}{k}$.</p> <p>Binomiális tétel.</p> <p>Binomiális együtthatók, tulajdonságaik.</p> <p>Pascal-háromszög.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Blaise Pascal, Erdős Pál.</p>		<i>Biológia-egészségtan:</i> genetika.
<p><i>1.3. Gráfok</i></p> <p>Gráfelméleti alapfogalmak:</p> <p>Csúcs, él, fokszám.</p> <p>Fokszámra vonatkozó összefüggések.</p> <p>Többszörös él, hurokél.</p> <p>Gráfok alkalmazása leszámolás feladatokban – rendszerező</p>		

ismétlés. Egyszerű gráf: Teljes gráf, komplementer gráf, részgráf. Összefüggő gráf, út, kör. Fagráf, felhasználása feladatmegoldásban. <i>Matematikatörténet: Euler.</i>	
Összetett feladatok, versenyfeladatok a témakörből.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Permutáció, variáció, kombináció. Binomiális tétel, binomiális együttható, Pascal-háromszög. Egyszerű gráf, teljes gráf, összefüggő gráf, út, kör, fa.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Geometria Térgeometria, felszín, térfogat	Órakeret 30 óra
Előzetes tudás	Térelemek illeszkedése, távolsága, szöge. Térbeli testek jellemzői: csúcs, lap, átló, felszín, térfogat.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A korábban kísérletezéssel, méréssel, szemlélet alapján megszerzett ismeretek mélyítése, elméleti háttérének megteremtése. A térszemlélet, az esztétikai érzék fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Térelemek illeszkedése, szöge, távolság. Korábbi ismeretek rendszerező ismétlése. A fogalmakat modelleken és a környezetünk tárgyain észrevesszük. Modellezőkészletek használata.		
Síkidomok kerülete, területe. Korábbi ismeretek rendszerező ismétlése – sokszögek, kör. Az ismert területképletek bizonyításának pontosítása.		
Testek, szabályos testek. Térbeli modellek használata, készítése. Ábrakészítés térbeli testekről. Poliéderek – Euler tétele. Szabályos testek.		<i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
A térfogatszámítás alapelvei. Mérőszám és mértékegység. A Cavalieri-elv.		
Egyenes hasáb felszíne, térfogata. Forgáshenger felszíne, térfogata. Ferde hasáb térfogata. Az összefüggések alkalmazása változatos térgeometriai feladatokban, gyakorlati alkalmazások.		<i>Informatika:</i> számítógépes program használata
A gúla felszíne és térfogata.		<i>Vizuális kultúra:</i>

<p>A kúp felszíne, térfogata. A közelítés módszere. Csonkagúla, csonkakúp. A csonkagúla, csonkakúp térfogata és felszíne. A hasonlóság alkalmazása. Poliéderek térfogata. A gömb térfogata és felszíne. <i>Matematikatörténet: Cavalieri.</i></p>	<p>építészet.</p>
<p>Összetett feladatok, versenyfeladatok a témakörből.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Felszín, térfogat, hengerszerű test, kúpszerű test, csonkagúla, csonkakúp, gömb.</p>

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>3. Függvények Sorozatok</p>	<p>Órakeret 16 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Számtani sorozat, mértani sorozat fogalma, egyszerű alapösszefüggések</p>	
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>A hétköznapi életben, matematikai problémában a sorozattal leírható mennyiségek észrevétele. Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása. Összefüggések, képletek hatékony alkalmazása. A végtelen matematikai fogalmának használata. A határérték fogalmának kialakítása szemléletes megközelítésből indulva.</p>	
<p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p>		<p>Kapcsolódási pontok</p>
<p>A sorozat fogalma, megadása, ábrázolása. Korábbi ismeretek rendszerező ismételése. A teljes indukció módszerének ismételése. Sorozat megadása rekurzióval – Fibonacci-sorozat. <i>Matematikatörténet: Fibonacci.</i></p>		<p><i>Informatika:</i> algoritmusok.</p>
<p>Számtani sorozat. A számtani sorozat n-edik tagja. A számtani sorozat első n tagjának összege. A számtani közép. Számítási feladatok a számtani sorozat felismerésére, az összefüggések alkalmazására. Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal. <i>Matematikatörténet: Gauss.</i></p>		
<p>Mértani sorozat. A mértani sorozat n-edik tagja. A mértani sorozat első n tagjának összege. A mértani közép. Számítási feladatok a mértani sorozat felismerésére, az összefüggések alkalmazására. Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal.</p>		<p><i>Biológia-egészségtan;</i> <i>kémia; fizika; földrajz;</i> <i>történelem, társadalmi</i> <i>és állampolgári</i> <i>ismeretek:</i> exponenciális folyamatok.</p>
<p>Gyakorlati alkalmazások – kamatszámítás. Pénzügyi alapfogalmak – kamatos kamat, törlesztőrészlet, hitel, THM, gyűjtőjárdék.</p>		<p><i>Földrajz:</i> világgazdaság – hitel – adósság – eladósodás.</p>

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Sorozat, számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat.
------------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Statisztika, valószínűség	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Adatok elemzése, gyakoriság, relatív gyakoriság. Táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Klasszikus valószínűségi modell.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására. Mit jelent a valószínűség – a nagy számok törvénye. Eseményalgebra, az eseményekkel végzett műveletek –a mindennapi szóhasználat és a matematikai megfogalmazás megkülönböztetése. Nevezetes eloszlások felismerése a hétköznapi életben, gyakorlati alkalmazásokban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Statisztikai mintavétel. Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. A minta terjedelme. Átlag, medián, módusz, szórás. Grafikonok. A korábbi ismeretek rendszerező ismételése. Közvélemény-kutatás. Statisztikai évkönyv. Minőség-ellenőrzés.</p>		<p><i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> választások.</p>
<p>Véletlen jelenségek megfigyelése. A modell és a valóság kapcsolata. Játékok elemzése: igazságos és igazságtalan játék. Szerencsejátékok. <i>Matematikatörténet:</i> Pascal, Fermat.</p>		<p><i>Informatika:</i> véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.</p> <p><i>Fizika:</i> radioaktív bomlás.</p>
<p>Események – eseménytér – elemi események. Biztos esemény, lehetetlen esemény. Események közötti műveletek – kapcsolat a halmazműveletekkel. A valószínűség mint az eseménytéren értelmezett függvény. Teljes eseményrendszer. Klasszikus valószínűségi modell. A tanult kombinatorikai módszerek használata. A valószínűség becslése, számolása, összevetés a valósággal – „nagy számok törvénye”. Valószínűségi problémák szemléltetése gráffal.</p>		
<p>Geometriai valószínűség. Az eseménytér mérhető - van hossza, területe, térfogata.</p>		
<i>Matematikatörténet:</i> Pólya György, Rényi Alfréd.		

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valószínűség, klasszikus valószínűségi modell. Teljes eseményrendszer. Független esemény.
------------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Rendszerező összefoglalás	Órakeret 40 óra
Előzetes tudás	A 4 év matematika-tananyaga.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. A szemléleten alapuló megközelítéstől a pontos matematikai fogalmak felé haladás. A megoldási módszerek tudatosítása, a problémákban alkalmazható közös modellek, számítási-bizonyítási módszerek keresése. A hasonló és az eltérő tulajdonságok vizsgálatával a geometriai szemlélet, látásmód megerősítése, ezzel az absztrakciós készség fejlődésének segítése. A tanult ismeretek alkalmazása gyakorlati problémákra is. A matematikatörténet néhány fejezetének, nagy egyéniségének megismerése során betekintés a matematika épülésének folyamatába. Készülés az érettségi vizsgára korábbi évek feladatsorainak megoldásával is. Felkészítés az egyetemi, főiskolai továbbtanulásra is az igényes matematikai gondolkodás fejlesztésével.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p><i>Gondolkodási módszerek</i> Halmazok. Számhalmazok. A halmazok alkalmazási területeinek áttekintése a matematika különböző ágaiban. A halmazokat használata szemléltetésre, az összefüggések áttekintésére, közös tulajdonságok kiemelésére. A valós számok halmaza fogalmának megerősítése, a számkörbővítés lépéseinek áttekintése.</p> <p>Logikai ismeretek. A matematikai szövegek értelmezésének erősítése. Pontos fogalmazás, a definíciókban, tételekben szereplő feltételek szerepének, jelentésének tudatosítása. A bizonyítások, feladatmegoldások során a logikai műveletek tudatos alkalmazása. Az érvelés módszereinek finomítása a csoportmunkában feldolgozott témák esetében.</p> <p>A matematikában tanult módszerek. Feladatokon, gyakorlati alkalmazásokon keresztül a bizonyítási módszerek rendszerezése: direkt, indirekt bizonyítás, logikai szitaformula, skatulya elv, teljes indukció.</p> <p>Kombinatorika, gráfelmélet. A sorba rendezési és leszámolási feladatok alaptípusainak felismerése – kombinatív készség fejlesztése, gráfok alkalmazása a problémamegoldás során.</p>		
<p><i>Számelmélet, algebra</i> Számhalmazok. A valós számok halmazán értelmezett műveletek, műveleti tulajdonságok biztonságos használata. Az eredmények várható</p>		

<p>értékének megbecslése – hihető-e az eredmény. Számelmélet. Oszthatósági alapfogalmakat ismétlése, a matematika más területein való használatuk áttekintése. Algebrai alapfogalmak, azonosságok. Annak áttekintése, hogy ezek a tulajdonságok hogyan jelennek meg az algebrai kifejezésekkel végzett átalakításokban. A zsebszámológép használata. A különböző típusú zsebszámológépek „tudásának” megismerése. Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek. Változatos módszereket alkalmazása, többféle megoldás keresése. (Ajánlott a szöveges feladatok esetében a gyakorlati alkalmazások előtérbe helyezése. A kapcsolat megvilágítása a különböző témakörökhez tartozó problémák között: pl. másodfokú egyenlet, trigonometrikus egyenlet, exponenciális egyenlet.)</p>	
<p><i>Sorozatok, függvények</i> Függvények grafikonjai, jellemzésük. A matematikai alkalmazások mellett a természettudományokban, különösen a fizikában alkalmazott függvények. Sorozatok. A számtani és mértani sorozat alkalmazásai</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p><i>Geometria</i> Mérés és mérték. A hosszúság-, a terület-, a térfogatmérés, a szögmérés fontos kérdése, mi a problémához illő egység, milyen pontosan adjuk meg az eredményt. A geometriai szerkesztések. Milyen eszközöket használhatunk, milyen lépéseket használhatunk? Milyen esetben végezhető el a szerkesztés, hány megoldása van a feladatnak? A geometriai transzformációk. A geometriai transzformációk előfordulásainak keresése környezetünkben. A szimmetria és a harmónia észrevétele a művészetekben. A szimmetrián alapuló állítások a geometriai alakzatok között. A háromszögekre vonatkozó ismeretek. Négyszögekre, sokszögekre vonatkozó ismeretek. Körre vonatkozó ismeretek. Az alakzatok tulajdonságait, nevezetes vonalait, köreit áttekintve analógiák keresése. Vektorok, koordinátageometria. A trigonometria és a koordinátageometria együttes alkalmazása. Trigonometria.</p>	

<p>A szögfüggvények és a hasonlóság kapcsolata szerepének áttekintése a fogalmak megalkotásában. Geometriai alakzatok adatainak meghatározása szögfüggvényekkel, szinusztétellel, koszinusztétellel.</p>	
<p><i>Statisztika, valószínűség.</i> Adatsokaságok elemzése. Véletlen jelenségek vizsgálata. Csoportmunka, vélemények megbeszélése, az érvelés módszerének gyakorlása, sejtések megfogalmazása, azok elfogadása vagy elvetése.</p>	<p><i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata.</p>
<p><i>Tudománytörténeti és matematikai érdekességek, neves matematikusok</i> Néhány matematikatörténeti szemelvény. A matematikatörténet néhány érdekes problémájának áttekintése. Matematikusokról a korábbi években szerzett ismeretekre emlékezés, áttekintés. A matematika néhány filozófiai kérdése. A matematika fejlődésének külső és belső hajtóerői. Néhány megoldatlan és megoldhatatlan probléma. Sain Márton: Nincs királyi út. Rényi Alfréd: Dialógusok a matematikáról.</p>	<p><i>Informatika:</i> könyvtárhasználat, internethasználat.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>-</p>