

Háziverseny/2011-2012/10.évfolyam/2.forduló

1. Igazoljuk, hogy $48! - 7^6$ osztható lesz 7^7 -nel! ($n!$, $n > 1$ az 1-től n -ig terjedő számok szorzatát rövidíti)
2. Adjuk meg az összes olyan x valós számot, melyre $\left\lfloor \frac{1}{[x]} \right\rfloor = \left\lceil \frac{1}{|x|} \right\rceil$. (Ha y valós szám, akkor $[y]$ y egész részét jelöli.)
3. Az ABC háromszög A csúcsából állítsunk merőlegeseket a B és a C csúcshoz tartozó külső és belső szögfelezőkre! Bizonyítsuk be, hogy a merőlegesek talppontjai egy egyenesen vannak!
4. Határozzuk meg azokat a pozitív egész számokat, amelyeknek a tízes számrendszerbeli alakjára igaz, hogy számjegyei összegének négyzete egyenlő az eredeti szám köbével!

Beadási határidő: 2011. november 30.