

HÁZIVERSENY 12. ÉVFOLYAM III. FORDULÓ

1. Bizonyítsa be, hogy a

$2 \sin 2^\circ, 4 \sin 4^\circ, 6 \sin 6^\circ, \dots, 2k \sin(2k)^\circ, \dots, 180 \sin 180^\circ$ számok
számtani közepe ctg 1° -kal egyenlő!

2. Hány olyan x egész szám van, amelyre a $\sqrt{x} + \sqrt{x + 2012}$ összeg értéke is egész szám?

3. Két szabályos háromoldalú gúla alaplapja közös. Két oldalél közti szög az egyik gúlán 2α , a másikon 2β , és $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta = \frac{3}{4}$.
Bizonyítandó, hogy a közös alapháromszög köré írt kör sugara a két gúla magasságának mértani közepe!

4. Bizonyítsa be, hogy bármely háromszögben:

$$a^2(b+c-a) + b^2(a+c-b) + c^2(a+b-c) \leq 3abc !$$

Beadási határidő: 2012. január 30.