

## HÁZIVERSENY 12. ÉVFOLYAM IV. FORDULÓ

1. Bizonyítsa be, hogy tetszőleges  $a, b, c$  valós számokra teljesül, hogy:

$$\sqrt{a^2 + (1-b)^2} + \sqrt{b^2 + (1-c)^2} + \sqrt{c^2 + (1-a)^2} \geq \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

2. Melyek azok a kétjegyű páros  $\overline{ab}$  számok, amelyek ötödik hatványa  $\overline{ab}$ -re végződik?

3. Oldja meg az alábbi egyenletrendszert:

$$x^2 - 4\sqrt{3x-2} + 6 = y \quad \text{és} \quad y^2 - 4\sqrt{3y-2} + 6 = x$$

4. Egy tetraéder hat éle közül ötnek a hosszáról tudjuk, hogy nem nagyobb, mint 2 dm. Igazolja, hogy a tetraéder térfogata legfeljebb  $1 \text{ dm}^3$ !

Beadási határidő: 2012.03.30.